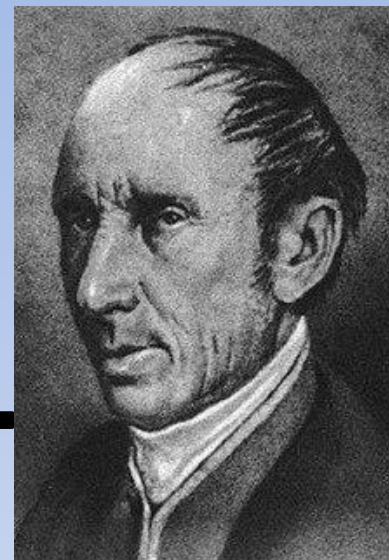




桃園市立楊梅高級中等學校
「學生自主學習成果報告」

—數學家-柯西—



指導老師：魏燕貞

212班 26號 黃鈺凱

212班 14號 吳恩裕

報告日期：110年1月6日

目錄

◆生平

◆成果摘要-----



微積分學

複變函數

微分方程式

●生平

柯西（Augustin-Louis Cauchy，公元1789–1857）

- 是法國數學家和物理學家。
- 受拉普拉斯（Laplace）和拉格朗日（Lagrange）的鼓勵而投身於數學的研究。
- 研究工作一為所有的數學分支都建立了嚴格的描述，並產生了深遠的影響。
- 用極限和連續性的概念為現代分析學奠定基礎，並發展出複變函數論。
- 一生中最重要的貢獻主要是在微積分學、複變函數和微分方程這三個領域。

●生平

- 在1823年的在其中一篇論文中，提出彈性體平衡和運動的一般方程可分別用六個分量表示。
- 他和馬克勞林重新發現了積分檢驗這個用來測試無限級數是否收斂的方法，積分檢驗最早可追溯到14世紀印度數學家Madhava和Madhava的Kerala學派。

●微積分學

$$\begin{aligned}\text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} x \, dx &= \lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{-R}^R x \, dx \\ &= \lim_{R \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-R}^R \\ &= \lim_{R \rightarrow +\infty} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right) \\ &= 0\end{aligned}$$

- 研究極限、微分學、積分學和無窮級數等的一個數學分支並成為了現代大學教育的重要組成部分。
- 歷史上，微積分曾經指無窮小的計算。更本質的講，微積分學是一門研究變化的學問。微積分學又稱為「初等數學分析」。
- 微分應用包括對速度、加速度、曲線斜率、最優化等的計算。積分應用包括對面積、體積、弧長、質心、做功、壓力的計算。更高級的應用包括冪級數和傅立葉級數等。

● 複變函數

柯西積分定理: $\oint_L f(z)dz = 0$

柯西積分公式: $f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(z)}{z-z_0} dz$

高阶导数公式: $f^{(n)}(z_0) = \frac{n!}{2\pi i} \oint_L \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz$

- 複分析是研究複變函數，特別是亞純函數和複變解析函數的數學理論。
- 研究中常用的理論、公式以及方法包括柯西積分定理、柯西積分公式、留數定理、洛朗級數展開等。
- 複變分析的應用領域較為廣泛，在其它數學分支和物理學中也起著重要的作用。包括數論、應用數學、流體力學、熱力學和電動力學。
- 複變函數，是自變數和應變數皆為複數的函數。更確切的說，複變函數的值域與定義域都是複數平面的子集。在複變分析中，自變數又稱為函數的「宗量」。
- 對於複變函數，自變數和應變數可分成實部和虛部

●微分方程式

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \vec{v}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\text{Gradient: } \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3} \right)$$

$$\text{Divergence: } \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}$$

$$\text{Curl: } \nabla \times \vec{v} = \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_3}, \frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_1}, \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)$$

$$\text{Laplacian: } \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2}$$

- 微分方程式（英語：Differential equation，DE）是一種數學方程式，用來描述某一類函數與其導數之間的關係。微分方程式的解是一個符合方程式的函數。而在初等數學的代數方程式裡，其解是常數值。
- 微分方程式的應用十分廣泛，可以解決許多與導數有關的問題。物理中許多涉及變力的運動學、動力學問題，如空氣的阻力為速度函數的落體運動等問題，很多可以用微分方程式求解。此外，微分方程式在化學、工程學、經濟學和人口統計等領域都有應用。

●微分方程式

- 數學領域對微分方程式的研究著重在幾個不同的面向，但大多數都是關心微分方程式的解。只有少數簡單的微分方程式可以求得解析解。
- 即使沒有找到其解析解，仍然可以確認其解的部份性質。在無法求得解析解時，可以利用數值分析的方式，利用電腦來找到其數值解。
- 動態系統理論強調對於微分方程式系統的量化分析，而許多數值方法可以計算微分方程式的數值解，且有一定的準確度。

● 心得

高一上學期及高二下學期都有自主學習課程，雖然經過一年了，對於自主學習要做甚麼還不是很確定，這次在毫無頭緒之下，指導老師建議做跟課本有關的主題。

因為柯西是高中課本內出現的數學家，所以資料不難找，但是，還是希望以後可以確認自己想做的主题，不要再依賴老師了。

謝謝聆聽